

ÁLGEBRA II (61.08 – 81.02)

Evaluación Integradora
Duración: 90 minutos.

Primer cuatrimestre – 2020
23/IX/20 – 13:00 hs.

Apellido y Nombres:

Padrón:

1. Sea $L : C^\infty(\mathbb{R}) \rightarrow C^\infty(\mathbb{R})$ el operador diferencial definido por

$$L := (D + 2I)(D + 3I)^2.$$

Hallar la solución general de la ecuación diferencial $L[y] = \varphi$, donde $\varphi(x) = e^{-3x}$.

2. Sea $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Hallar todos los $Y_0 \in \mathbb{R}^3$ tales que la solución del problema de valores iniciales

$$\begin{cases} Y' = AY \\ Y(0) = Y_0 \end{cases}$$

satisface que

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} Y(t) = [6 \quad 3 \quad -6]^T.$$

3. Hallar $A \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ tal que

$$\max_{\|x\|=1} \|Ax\| = 36, \quad \min_{\|x\|=1} \|Ax\| = 4, \quad y \quad [2 \quad 1 \quad -2] A = [0 \quad 0].$$

¿Es única? Si no lo es, hallar otra.

4. Hallar, si existen, el máximo y el mínimo de la forma cuadrática $Q_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $Q_1(x) = \|x\|^2$, sujeto a la restricción $-x_1^2 + 2\sqrt{3}x_1x_2 + x_2^2 = 1$.